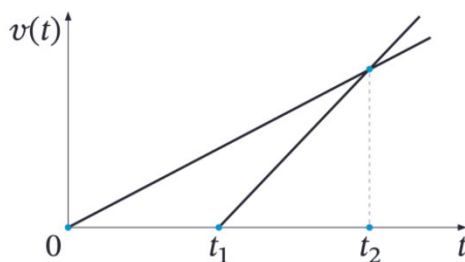


Решения заданий
муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Камчатского края в 2025 – 2026 учебном году.
Время выполнения – 230 минут (3 часа 50 минут).
Максимальное количество баллов – 50 б.

10 класс

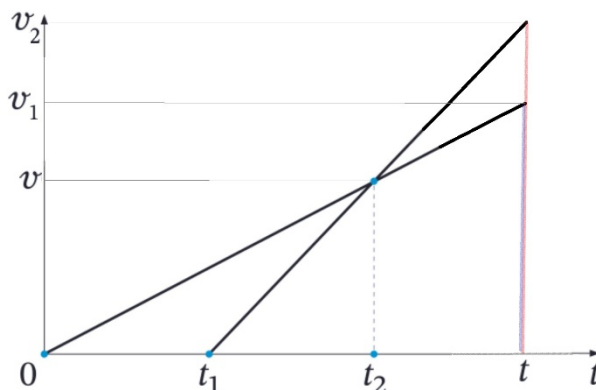
Задача 1. (10 баллов)

Десятиклассники Петр и Иван договорились о совместной прогулке на велосипедах. Фиксируя значения своих скоростей в определенные промежутки времени по спидометру, они построили графики модулей своих скоростей. Через какой промежуток времени друзья встретились, если движение оба начинали из одной точки и его направление не меняли? Моменты времени t_1 и t_2 считать известными.



Возможное решение:

Момент встречи: $t_{\text{встр}} = t$ и $x_1 = x_2$. Поскольку движение обоих велосипедистов равноускоренное, начиналось из одной точки, и его направление не менялось: $v_{01} = v_{02}$, $x_{01} = x_{02}$ и $s_1 = s_2$. Для выражения s_1 и s_2 можно воспользоваться геометрическим смыслом перемещения к моменту времени t , а затем приравнять выражения, полученные для площадей треугольников.



Путь, пройденный первым велосипедистом:

$$s_1 = S_{\Delta 1} = \frac{t \cdot v_1}{2}, v_1 = a_1 t, a_1 = \frac{v}{t_2}$$

$$s_1 = S_{\Delta 1} = \frac{v t^2}{2 t_2}$$

Путь, пройденный вторым велосипедистом:

$$s_2 = S_{\Delta 2} = \frac{(t - t_1) \cdot v_2}{2}, v_2 = a_2 \cdot (t - t_1), a_2 = \frac{v}{(t_2 - t_1)}$$

$$s_2 = S_{\Delta 1} = \frac{v(t - t_1)^2}{2(t_2 - t_1)}$$

$$S_{\Delta 1} = S_{\Delta 2}$$

$$\frac{vt^2}{2t_2} = \frac{v(t-t_1)^2}{2(t_2-t_1)}$$

Сокращаем правую и левую часть выражения на $\frac{v}{2}$ и решаем полученное уравнение относительно t

$$\frac{t^2}{t_2} = \frac{(t-t_1)^2}{(t_2-t_1)}$$

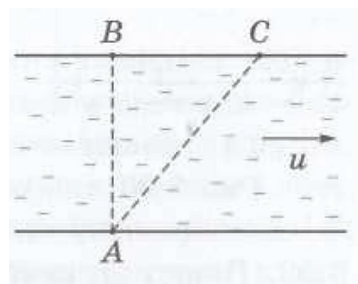
$$t = t_2 + \sqrt{t_2(t_2-t_1)}$$

Критерии оценивания:

| | |
|--|---------|
| Описан характер движения тел | 1 балл |
| Определено условие встречи | 1 балл |
| Получено выражение для расчета пути, пройденного первым велосипедистом | 3 балла |
| Получено выражение для расчета пути, пройденного вторым велосипедистом | 3 балла |
| Получено уравнение и выполнено его решение | 2 балла |

Задача 2. (10 баллов)

Десятиклассники Петр и Иван должны были переплыть реку из пункта A в пункт B , находящихся на противоположных берегах. Для того, чтобы переправа заняла как можно меньше времени Петр предложил двигаться перпендикулярно противоположному берегу, но Иван ответил ему, что тогда он окажется не в т. B , а в т. C и далее им придется возвращаться против течения реки. Поэтому быстрее будет направить лодку так, чтобы сразу оказаться в т. B . Какой из предложенных вариантов окажется быстрее и во сколько раз? Скорость лодки относительно воды $v_0 = 5,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а скорость течения $u = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Под каким углом к берегу следует ориентировать лодку, чтобы попасть сразу в пункт B ?

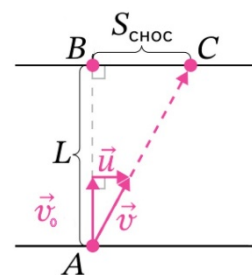


Возможное решение:

В первом случае общее время в пути будет складываться из времени переправы и времени возвращения в т.В: $t_I = t_1 + t_2$

Если L – ширина реки, то $t_1 = \frac{L}{v_0}$.

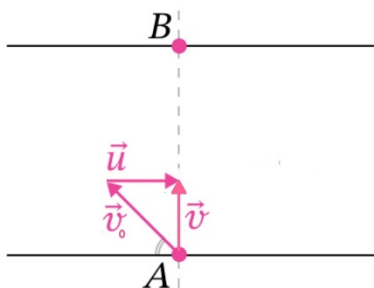
За это время течением лодку снесет на расстояние $s_{\text{снос}} = ut_1 = \frac{uL}{v_0}$.



Преодолевая это расстояние против течения Петр потратит время $t_2 = \frac{s_{\text{снос}}}{v_0 - u} = \frac{uL}{v_0(v_0 - u)}$

$$t_I = \frac{L}{v_0} + \frac{uL}{v_0(v_0 - u)} = \frac{L}{v_0} \left(1 + \frac{u}{v_0 - u} \right) = \frac{L}{v_0} \left(\frac{v_0 - u + u}{v_0 - u} \right) = \frac{L}{v_0} \cdot \frac{v_0}{v_0 - u} = \frac{L}{v_0 - u}$$

Во втором случае переправа уже будет осуществляться под углом к берегу. Результирующая скорость: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{u}$



Её модуль $v = \sqrt{v_0^2 - u^2}$

Время переправы $t_{II} = \frac{L}{v} = \frac{L}{\sqrt{v_0^2 - u^2}}$

$$\frac{t_I}{t_{II}} = \frac{L}{v_0 - u} \cdot \frac{\sqrt{v_0^2 - u^2}}{L} = \frac{\sqrt{v_0^2 - u^2}}{v_0 - u} = \frac{\sqrt{5,2^2 - 1,2^2}}{5,2 - 1,2} = \frac{5,06}{4} = 1,265$$

Второй вариант быстрее в 1,265 раза.

Из треугольника скоростей: $\cos \varphi = \frac{u}{v_0} = \frac{1,2}{5,2} = 0,2308, \varphi = 76,7^\circ$

Критерии оценивания:

| | |
|--|--------|
| Выполнен рисунок, демонстрирующий закон сложения скоростей в первом случае | 1 балл |
| Определенно время t_1 | 1 балл |
| Выражено $s_{\text{снос}}$ | 1 балл |
| Определенно время t_2 | 1 балл |
| Рассчитано полное время переправы в первом случае | 1 балл |
| Построен чертеж или записан закон сложения скоростей в векторной | 1 балл |

| | |
|--|--------|
| форме для второго варианта движения | |
| Выражен модуль скорости переправы | 1 балл |
| Определено время переправы | 1 балл |
| Найдено отношение t_I к t_{II} и сформулирован вывод | 1 балл |
| Рассчитан угол | 1 балл |

Задача 3. (10 баллов)

Десятиклассники Петр и Иван получили задание экспериментально определить удельную теплоемкость десятирублевой монеты. Для этого они положили её на лед температурой $t_1 = 0^\circ\text{C}$, предварительно нагрев в горячей воде до $t_2 = 50^\circ\text{C}$. Монета расплавила часть льда и опустилась в образовавшуюся лунку примерно на 55% своей тощины. Плотность материала монеты Петр и Иван определили заранее, взвесив её поочередно в воде и в воздухе, и получили значение $\rho = 8,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$.

Возможное решение:

Будем считать монету цилиндром с площадью основания S и высотой h . При её остывании до температуры выделяется количество теплоты:

$$Q = cm(t_2 - t_1) = c\rho V(t_2 - t_1) = c\rho Sh(t_2 - t_1)$$

Этого количества теплоты достаточно для того, чтобы расплавить лёд объёмом $V_{\text{л}} = Sx$, где x – глубина, на которую погрузится монета:

$$\begin{aligned} Q &= \lambda m_{\text{л}} = \lambda \rho_{\text{л}} Sx \\ c\rho Sh(t_2 - t_1) &= \lambda \rho_{\text{л}} Sx \\ c &= \frac{\lambda \rho_{\text{л}} Sx}{\rho Sh(t_2 - t_1)} = \frac{\lambda \rho_{\text{л}}}{\rho(t_2 - t_1)} \cdot \frac{x}{h} \end{aligned}$$

Учитывая, что по условию $\frac{x}{h} = 0,55$, получаем результат:

$$c \approx 378,2 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

Критерии оценивания:

| | |
|--|---------|
| Получено выражение для количества теплоты, выделившегося при остывании монеты через ее размеры и плотность | 4 балла |
| Получено выражение для количества теплоты, полученного льдом через размеры лунки и плотность льда | 3 балла |
| Сформулирован вывод о равенстве этих количеств теплоты | 1 балл |
| Записано соотношение $\frac{x}{h} = 0,55$ | 1 балл |

Задача 4. (10 баллов)

Проверяя закон сохранения полной механической энергии опытным путем Петр и Иван погрузили в воду шарик из пробки на глубину $h_1 = 1,35$ м и измерили высоту h_2 , на которую он подпрыгнул над поверхностью воды, вынырнув. Рассчитайте это значение теоретически и определите, на какую высоту h_3 шарик опустится после падения с высоты h_2 . Среднее значение силы сопротивления движению шарика в жидкости принять равным 0,3 его веса в воздухе. Сопротивлением воздуха пренебречь. Плотность пробки $\rho_{\text{пр}} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Возможное решение:

1) Приравняем потенциальную энергию $E_{\text{п1}}$ шарика на высоте h_2 относительно низшей точки его погружения сумме работы $A_{\text{выт1}}$, совершенной выталкивающей силой, выбросившей шарик из воды с глубины h_1 и работы $A_{\text{сопр1}}$ силы сопротивления жидкости:

$$E_{\text{п1}} = A_{\text{выт1}} + A_{\text{сопр1}}$$

$$E_{\text{п1}} = mg(h_2 + h_1);$$

$$A_{\text{выт1}} = F_{\text{арх}} h_1 = \rho_{\text{в}} V g h_1, \text{ где объем шарика } V = \frac{m}{\rho_{\text{пр}}};$$

$$A_{\text{сопр1}} = -F_{\text{сопр}} h_1 = -0,3 m g h_1$$

$$mg(h_2 + h_1) = \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{пр}}} g h_1 - 0,3 m g h_1$$

$$h_2 + h_1 = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} h_1 - 0,3 h_1$$

$$h_2 = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} h_1 - 1,3 h_1 = h_1 \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} - 1,3 \right)$$

$$h_2 = 4,995 \text{ м}$$

2) Теперь приравняем потенциальную энергию $E_{\text{п2}}$ шарика относительно низшей точки его погружения на глубину h_3 сумме работы $A_{\text{выт2}}$ выталкивающей силы с глубины h_3 и работы $A_{\text{сопр2}}$ силы сопротивления жидкости:

$$E_{\text{п2}} = A_{\text{выт2}} + A_{\text{сопр2}}$$

$$E_{\text{п2}} = mg(h_2 + h_3); A_{\text{выт2}} = F_{\text{арх}} h_3 = \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{пр}}} g h_3; A_{\text{сопр2}} = F_{\text{сопр}} h_3 = 0,3 m g h_3$$

$$mg(h_2 + h_3) = \rho_{\text{в}} \frac{m}{\rho_{\text{пр}}} g h_3 + 0,3 m g h_3$$

$$h_2 + h_3 = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} h_3 + 0,3 h_3$$

$$h_2 = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} h_3 - 0,7 h_3 = h_3 \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} - 0,7 \right)$$

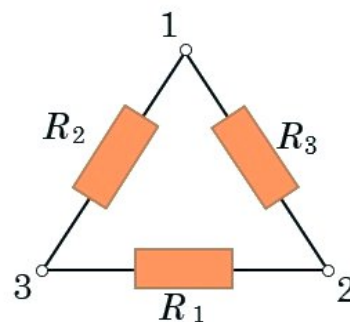
$$h_3 = \frac{h_2}{\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{пр}}} - 0,7} \approx 1,16 \text{ м}$$

Критерии оценивания:

| | |
|---|--------|
| Записан закон сохранения энергии для всплывающего шарика | 1 балл |
| Записано выражение для потенциальной энергии шарика $E_{\text{п1}}$ | 1 балл |
| Записано выражение для работы выталкивающей силы $A_{\text{выт1}}$ через массу шарика | 1 балл |
| Записано выражение для работы силы сопротивления $A_{\text{сопр1}}$ | 1 балл |
| Получено выражение и численный ответ для h_2 | 1 балл |
| Записан закон сохранения энергии для шарика, движущегося вниз | 1 балл |
| Записано выражение для потенциальной энергии шарика $E_{\text{п2}}$ | 1 балл |
| Записано выражение для работы выталкивающей силы $A_{\text{выт2}}$ через массу шарика | 1 балл |
| Записано выражение для работы силы сопротивления $A_{\text{сопр2}}$ | 1 балл |
| Получено выражение и численный ответ для h_3 | 1 балл |

Задача 5. (10 баллов)

Десятиклассники Петр и Иван, повторяя законы постоянного тока, исследовали смешанное соединение проводников типа «треугольник». Резисторы, соединённые таким образом, заключены в непрозрачный короб, из которого доступны только пронумерованные контакты. С помощью мультиметра в режиме омметра ребята измеряли сопротивления участков цепи, поочередно подключая прибор к контактам 1 и 2, 2 и 3, 1 и 3. В результате измерений ими были получены следующие значения: $R_{12} = 25 \text{ Ом}$, $R_{23} = 16 \text{ Ом}$, $R_{13} = 21 \text{ Ом}$. Какие значения сопротивлений отдельных резисторов получили Петр и Иван, если известно, что сумма этих сопротивлений равна $R_{\text{общ}} = 100 \text{ Ом}$?



Возможное решение:

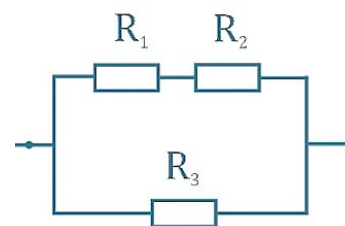
Составим поочередно схемы, образующиеся при подключении мультиметра к отдельным контактам.

Значению $R_{12} = 25 \text{ Ом}$ соответствует схема:

$$R_{12} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_1 + R_2 = R_{\text{общ}} - R_3$$

$$25 = \frac{(100 - R_3) \cdot R_3}{100}$$



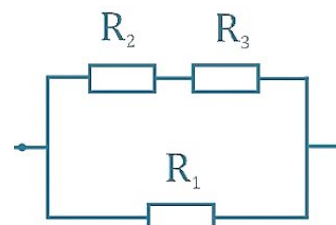
$$R_3^2 - 100R_3 + 2500 = 0, D = 0, R_3 = 50 \text{ Ом}.$$

Значению $R_{23} = 16 \text{ Ом}$ соответствует схема:

$$R_{23} = \frac{(R_2 + R_3) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_2 + R_3 = R_{\text{общ}} - R_1$$

$$16 = \frac{(100 - R_1) \cdot R_1}{100}$$



$$R_1^2 - 100R_1 + 1600 = 0, D = 3600, R_1 = \frac{100 \pm 60}{2} = 80 \text{ Ом} (20 \text{ Ом}).$$

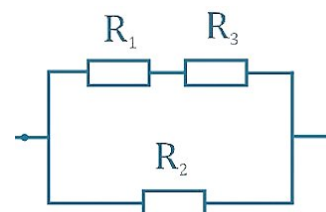
$R_1 = 20 \text{ Ом}$. Значение 80 Ом не подходит, т.к. $R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 \text{ Ом}$

Значению $R_{13} = 21 \text{ Ом}$ соответствует схема:

$$R_{13} = \frac{(R_1 + R_3) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_1 + R_3 = R_{\text{общ}} - R_2$$

$$21 = \frac{(100 - R_2) \cdot R_2}{100}$$



$$R_2^2 - 100R_2 + 2100 = 0, D = 1600, R_2 = \frac{100 \pm 40}{2} = 70 \text{ Ом} (30 \text{ Ом}).$$

$R_2 = 30 \text{ Ом}$. Значение 70 Ом не подходит, т.к. $R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + R_3 = 100 \text{ Ом}$

Для решения задачи достаточно составить два уравнения, третье сопротивление можно найти из общей суммы.

Критерии оценивания:

| | |
|--|---------|
| Правильно составлены схемы соединений резисторов (2 или 3) | 3 балла |
| Получены выражения для R_{ij} с учетом типов соединений проводников | 3 балла |
| Составлены уравнения для расчетов R_{ij} | 2 балл |
| Выполнены расчёты значений R_{ij} , сделан анализ корней уравнений (уравнения) | 2 балл |